

Академия наук СССР Сибирское отделение
В ы ч и с л и т е л ь н ы й ц е н т р

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОФИЗИКИ:
ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Сборник научных трудов

Под редакцией А.С.Алексеева



Новосибирск 1986

Ан.Г.Марчук

ОПЕРАТИВНЫЙ ПРОГНОЗ ЦУНАМИ
И НЕЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

В работе рассматриваются вопросы, касающиеся кинематики волн цунами в прибрежной области океана при наличии шельфа. Если источник цунами располагается в зоне шельфа, то достаточно удаленных вдоль берега точек побережья волны могут достигать двумя путями: двигаясь над шельфом или, распространяясь над глубоким океаном, затем за счет рефракции выходят к побережью. При этом в некоторых случаях эти "глубоководные" волны цунами могут приходить в эти точки на побережье раньше, чем "мелководные" (распространяющиеся над шельфом). Ниже попробуем определить условия существования этих опережающих волн для некоторых модельных случаев.

В работе [1] рассматривалась возможность существования двух путей распространения для волн типа цунами (глубоководного и мелководного) при наличии ступенчатого рельефа дна, т.е. шельф представляет собой ровную площадку у берега с постоянной глубиной H_0 . На некотором расстоянии от береговой линии шельф резко переходит в глубоководную область также с постоянной глубиной $H_1 > H_0$. В этом случае волновые лучи представляют собой прямые или ломаные линии, так что картина распространения волн в лучевом приближении легко строится и анализируется. В этой же статье отмечалось, что при некоторых условиях волна, распространяющаяся по глубокой воде, приходит в удаленные пункты побережья раньше, чем волна, распространяющаяся над шельфом.

Позднее Мурти и Лумис [2], пользуясь данной концепцией, сделали попытку интерпретировать результаты численного моделирования распространения волн цунами в прибрежной зоне при

наличии кусочно-линейного дна. В частности, плоскость дна в зоне шельфа, имевшая наклон α_1 , затем переходила в континентальный склон, имевший наклон $\alpha_2 > \alpha_1$. Однако, пользуясь тривиальными построениями, работавшими в случае ступенчатого рельефа дна, авторам не удалось удовлетворительно проинтерпретировать некоторые численные результаты.

Рассмотрим следующую задачу: имеется прямоугольный участок прибрежной акватории океана, где береговая линия является одной из граней прямоугольника. Вблизи берега глубина составляет H_0 и при удалении от берега растет по линейному закону

$$H = H_0 + y \cdot \operatorname{tg} \alpha_1, \quad (1)$$

где y — расстояние до берега, α_1 — угол наклона плоскости дна. На расстоянии y_1 от берега шельф заканчивается и переходит в континентальный склон, где дно уже имеет наклон $\alpha_2 > \alpha_1$. На шельфе на расстоянии $y_0 < y_1$ от берега расположен точечный источник волн цунами — M . Требуется найти расстояние вдоль берега от проекции источника цунами, на котором "глубоководная" волна будет приходить на побережье раньше "мелководной".

Предположим вначале, что $\alpha_1 = 0$, т.е. шельф имеет постоянную глубину H_0 . Найдем теперь лучи, по которым возмущение распространится из точки M до некоторой точки C , расположенной на берегу на расстоянии x_0 от проекции точки M на берег. Очевидно, что над шельфом будет проходить "мелководный" луч, имеющий вид отрезка прямой линии, соединяющий точки M и C (рис. I). Другой ("глубоководный") луч будет состоять из отрезков прямых MA и BC , а также отрезка циклоиды AB , расположенного над континентальным склоном, так как над наклонным дном лучи имеют вид отрезков циклоид [3]. Если время движения волны по лучу $MABC$ будет меньше, чем по лучу MC , то в этом случае можно говорить о существовании опережающей волны. Выпишем выражения для времен движения волны по этим двум лучам. За определяющий параметр глубоководного луча $MABC$ примем величину y_2 — расстояние от края шельфа до точки максимального удаления циклоиды AB от берега (см. рис. I). В этой точке глубина будет равна

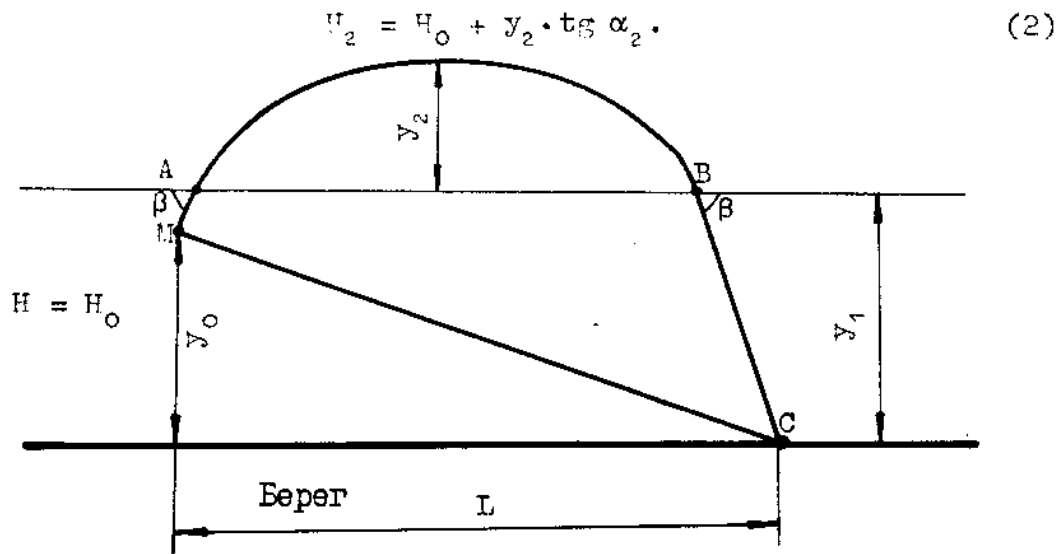


Рис. I. Волновые лучи, соединяющие источник цунами и пункт наблюдения в случае расположения источника над шельфом постоянной глубины

Следовательно, в силу закона Снеллиуса [4] угол β между лучом и границей шельфа выражается формулой

$$\cos \beta = \frac{H_0}{H_2} = \frac{H_0}{H_0 + y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}, \quad (3)$$

так как на глубине H_2 луч имел направление вдоль берега. Радиус циклоиды АВ будет равен (см. [3])

$$c_1 = \frac{y_2}{2} + \frac{H_0}{2 \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (4)$$

Таким образом, расстояние между точками А и В запишется в виде

$$l = \left(y_2 + \frac{H_0}{\operatorname{tg} \alpha_2} \right) \left(\pi - \arccos \left(1 - \frac{H_0}{c_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2} \right) \right) -$$

$$- \sin \arccos\left(1 - \frac{H_0}{c_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right)). \quad (5)$$

Двигаясь вдоль отрезков МА и ВС, волна пройдет вдоль берега расстояние

$$l_1 = \frac{y_1 - y_0}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{y_1}{\operatorname{tg} \beta}, \quad (6)$$

где β находится из выражения (3). Таким образом, расстояние вдоль берега от проекции источника М до точки выхода луча на берег будет определено выражением

$$L = l + l_1 = \left(y_2 + \frac{H_0}{\operatorname{tg} \alpha_2}\right) \left(\pi - \arccos\left(1 - \frac{H_0}{c_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right) - \sin \arccos\left(1 - \frac{H_0}{c_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right)\right) + \frac{(2y_1 - y_0)}{\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{H_0}{H_0 + y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right)},$$

$$c_1 = \left(y_2 + \frac{H_0}{\operatorname{tg} \alpha_2}\right)/2. \quad (7)$$

Теперь найдем время движения волны цунами по "глубоководному" лучу МАВС. При движении по циклоиде АВ оно составит (см. [3]):

$$T_2 = \frac{2\sqrt{2c_1}}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}} \left(\pi - \arccos\left(1 - \frac{H_0}{c_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right)\right), \quad (8)$$

где g - ускорение силы тяжести.

Суммарное время движения вдоль отрезков МА и ВС равно

$$T_1 + T_3 = \frac{(2y_1 - y_0)}{\sin \beta \cdot \sqrt{gH_0}}, \quad (9)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{H_0}{H_0 + y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}\right).$$

А время распространения волны по прямолинейному "мелководному" лучу МС, очевидно, равно

$$T_0 = \sqrt{\frac{y_0^2 + L^2}{gH_0}}, \quad (10)$$

где L дается формулой (7).

Итак, если $T_1 + T_2 + T_3 < T_0$, в этом случае можно говорить о существовании опережающих волн в точках, удаленных от проекции источника цунами на расстояние не меньше, чем L . Для нахождения наименьшего расстояния L , на котором существуют опережающие волны, следует сравнить времена T_0 и $T_1 + T_2 + T_3$ для нескольких лучей, имеющих различное максимальное удаление от края шельфа.

Следует заметить, что если наклон дна (континентальный склон) заканчивается на расстоянии y_* от края шельфа, то существует максимальное расстояние L_* вдоль берега, на котором возможны опережающие волны. На большем, чем L_* расстоянии от проекции источника, "глубоководный" луч не будет вообще подходить к берегу, так как, отойдя от края шельфа на расстояние большее, чем y_* , он уйдет в открытый океан. В том случае, если и на расстоянии L_* время $T_1 + T_2 + T_3$ все же больше, чем T_0 , то опережающие волны отсутствуют во всех точках побережья.

Теперь перейдем к более общему случаю, когда $\alpha_1 > 0$, т.е. плоскость дна в зоне шельфа также имеет некоторый наклон. В этом случае "мелководный" луч МС не будет прямолинейным, а представляет собой часть циклоиды. Сразу становится ясно, что эти волны могут воздействовать не на все побережье, а лишь на некоторую окрестность проекции источника на берег. Размеры этой окрестности определяются расстоянием до точки выхода на берег луча (циклоиды), который имеет максимальное удаление от берега, равное y_1 . Обозначим эту величину l .

В общих чертах алгоритм решения задачи об опережающих волнах будет следующим: сначала находим расстояние 1. Далее находим глубоководный луч, выходящий на берег на этом же расстоянии от проекции источника. И наконец, сравниваем время движения волны по этим двум лучам. В том случае, если по "глубоководному" лучу волна достигает этой точки быстрее, то нетрудно определить зону на побережье, где будут существовать опережающие волны от рассматриваемого точечного источника цунами.

Приведем теперь расчетные формулы для оценки времени движения волн двумя возможными путями. Пусть источник цунами M расположен на расстоянии y_* от берега. От береговой линии, где глубина равна H_0 , простирается наклонный шельф до глубины H_1 (на расстоянии y_1 от берега). Введем в рассмотрение несколько вспомогательных величин. Пусть y_0 - расстояние от береговой линии до воображаемой линии пересечения плоскости шельфа с плоскостью невозмущенной свободной поверхности океана. Определяющей величиной для нахождения "глубоководного" луча МАВС будет параметр y_2 , которым измеряется величина максимального удаления отрезка циклоиды АВ от края шельфа (рис.2). "Глубоководный" луч МАВС будет еще состоять из отрезков циклоиды МА и ВС, однако радиус этой циклоиды будет отличен от радиуса циклоиды АВ и связан с другими параметрами формулой

$$c_2' = \frac{1}{2}(y_0 + y_1 + y_2'), \quad (11)$$

где $y_2' = y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$ находится из закона Снеллиуса. Выпишем теперь другие соотношения, связывающие основные расчетные величины,

$$y_0 = \frac{H_0}{\operatorname{tg} \alpha_1}, \quad (12)$$

$$c_1 = \frac{1}{2}\left(y_1 + \frac{H_0}{\operatorname{tg} \alpha_1}\right). \quad (13)$$

Здесь c_1 - радиус циклоиды, достигающей при максимальном удалении от берега края шельфа. Найдем расстояние от проекции источника M до точки C - выхода этой циклоиды на берег.

$$\Delta + l = 2\pi c_1 - c_1 \left(\arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_1} \right) - \sin \arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_1} \right) \right), \quad (14)$$

где Δ - разница в шагах циклоид MC и MCD , а точка D находится на воображаемой линии пересечения плоскости дна на шельфе с плоскостью поверхности океана (см. рис.2).

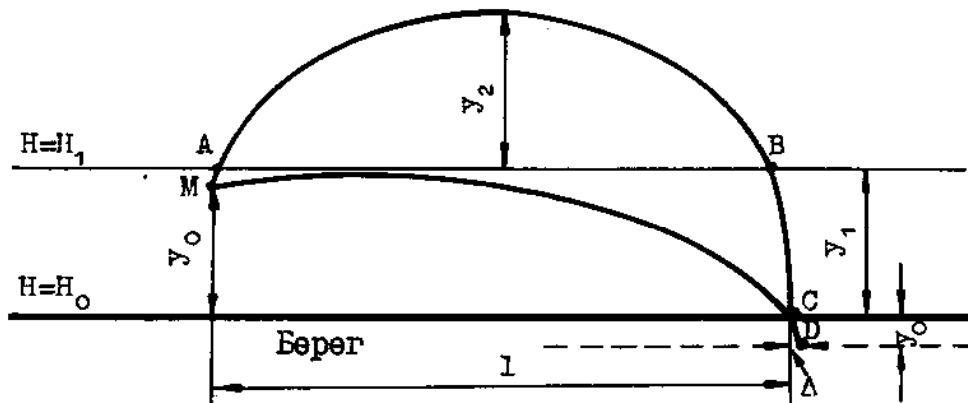


Рис.2. Волновые лучи из источника до точки на побережье в случае наклонного шельфа

Теперь нам надлежит найти такой "глубоководный" луч, который бы выходил на берег примерно в этой же точке. Найдем точку выхода на берег луча $MAVC$, у которого максимальное удаление от края шельфа равно y_2 .

$$L = 2c_2' \left(\arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) - \sin \arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) \right) -$$

$$\begin{aligned}
& - c_1 \left(\arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_1} \right) - \right. \\
& \left. - \sin \arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_1} \right) \right) - 2l_2 - \Delta, \quad (15)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
l_2 = & \left[\pi \cdot c_2' - c_2' \left(\arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sin \arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) \right) \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2}, \right.
\end{aligned}$$

а остальные величины находятся из соотношений (II)-(I3). Для нахождения такого луча, у которого L была бы близка к 1, потребуется перебор некоторого множества значений y_2 . Если такого значения найти не удастся, то можно сделать вывод о несуществовании для этой точки "глубоководного" луча и, следовательно, об отсутствии опережающих волн в данном случае. Если же такое значение y_2 , удовлетворяющее условию $L \approx 1$, найдено, то сравниваем время движения волн вдоль этих двух лучей

$$\begin{aligned}
T_1 = & \frac{2\sqrt{2c_1} \cdot \pi}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}} - \frac{\sqrt{2c_1}}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}} \cdot \arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_1} \right) - \Delta t, \quad (16) \\
T_2 = & 2 \frac{\sqrt{2c_2'}}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}} \left(\pi - \arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) \right) \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} + \\
& + \frac{\sqrt{2c_2'}}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}} \left(2 \arccos \left(1 - \frac{y_1 + y_0}{c_2'} \right) - \arccos \left(1 - \frac{y_* + y_0}{c_2'} \right) \right) - \Delta t.
\end{aligned} \quad (17)$$

Здесь Δt - разница во времени движения волны по циклоидам

МСD и МС. В выражении (17) стоит знак приблизительного равенства потому, что для "глубоководного" луча поправка будет немного отлична от Δt (если глубина H_0 не очень велика).

Если $T_2 \geq T_1$, то в данном случае опережающие волны существовать не будут. Если окажется, что $T_2 < T_1$, то это значит, что в данную точку С от источника М будут приходить опережающие волны. Далее можно графическим способом найти минимальное расстояние l_0 от проекции источника, на котором наблюдаются опережающие волны цунами. Максимальным, как уже отмечалось, будет расстояние l , соответствующее циклоиде, касающейся края шельфа. В любой точке этой зоны побережья можно определить величину запаздывания $T_1 - T_2$. Таким образом, на рассматриваемой акватории для каждого конкретного местоположения источника цунами можно определить зоны на побережье, где будут существовать опережающие волны, или убедиться в отсутствии их.

С помощью численного алгоритма решены задачи о кинематике волн цунами при наличии рассмотренных выше модельных профилей дна. Как и в теоретических расчетах, рассматривался шельф постоянной глубины, а также имеющий некоторый наклон. Расчет изохрон волн цунами проводился в области размером 519,2x302 км. Шельф имел ширину 89,68 км, а далее при удалении на каждый километр от края шельфа глубина линейно возрастает примерно на 21 метр. Таким образом, на противоположной береговой линии границы акватории глубина будет достигать 4500 м плюс глубина на краю шельфа. Рассмотрим сначала шельф с постоянной глубиной 200 м. На шельфе на расстоянии 61 км от берега расположен круговой источник цунами с радиусом 4,7 км. На рис.3 показаны положения фронта волны цунами через каждые 2 мин. Отчетливо видно, что над шельфом волны распространяются с постоянной скоростью, в то время как над континентальным склоном волна подвержена рефракции и разворачивается в направлении к берегу. Можно найти расстояние вдоль берега от проекции источника, начиная с которого в точки побережья быстрее придет "глубоководная" волна (см. рис.3), там же указана точка А, в которую обе волны придут почти одновременно. Во всех точках побережья, расположенных правее точки А, будут существовать опережающие волны цунами, при этом, чем дальше от проек-

при источнике находится точка наблюдения, тем большее время опережения будет зафиксировано. Вблизи правой границы рассматриваемой области величина опережения достигает одного часа.

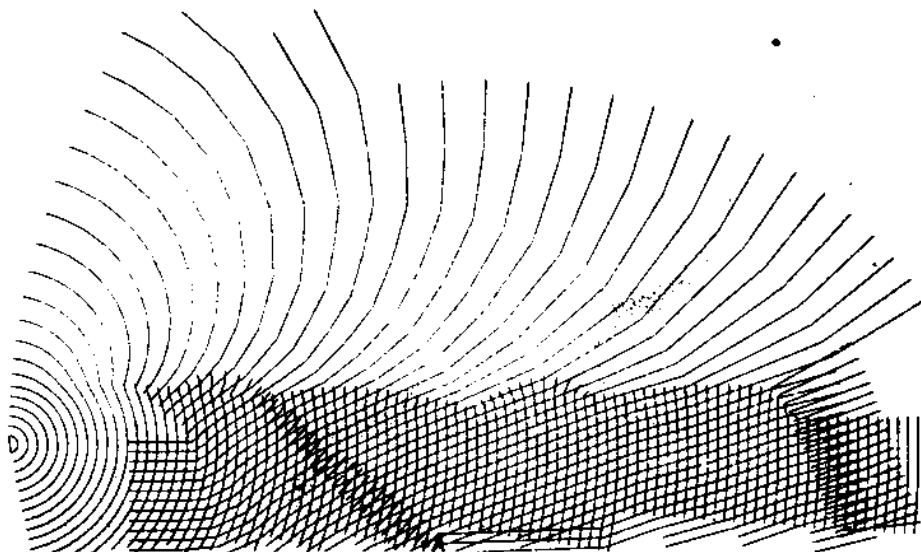


Рис.3. Результаты численного моделирования задачи при наличии ровного шельфа

Пусть шельф теперь имеет небольшой наклон, при этом на его протяжении (89 км) глубина линейно возрастает от 100 у берега до 200 м на краю. Кинематика волны цунами в этом случае приведена на рис.4. Здесь источник волн располагался в середине шельфа на расстоянии 42,5 км от берега. Из рис.4 видно, что зона существования опережающих волн ограничена точками А и В, так как в точки, правее точки В, "мелководные" волны не приходят вообще (см. выше). Следует заметить, что в точке В время опережения – около 54 мин. При увеличении наклона шельфа зона существования опережающих волн резко суживается. Так, например, пусть перепад глубин на шельфе составляет 200 м (глубина меняется от 100 до 300 м). В этом случае при том же местоположении источника волн зона существования опережающих волн составляет всего около 52 км (рис.5), в то время как в предыдущем случае меньшего наклона дна в зоне шельфа она простиралась на 188 км. Следует ожидать, что в случае еще большего

наклона дна на шельфа зона наблюдения опережающих волн перестанет существовать. Отметим также, что время опережения здесь резко сократилось и в точке В составляет всего около 10 мин.

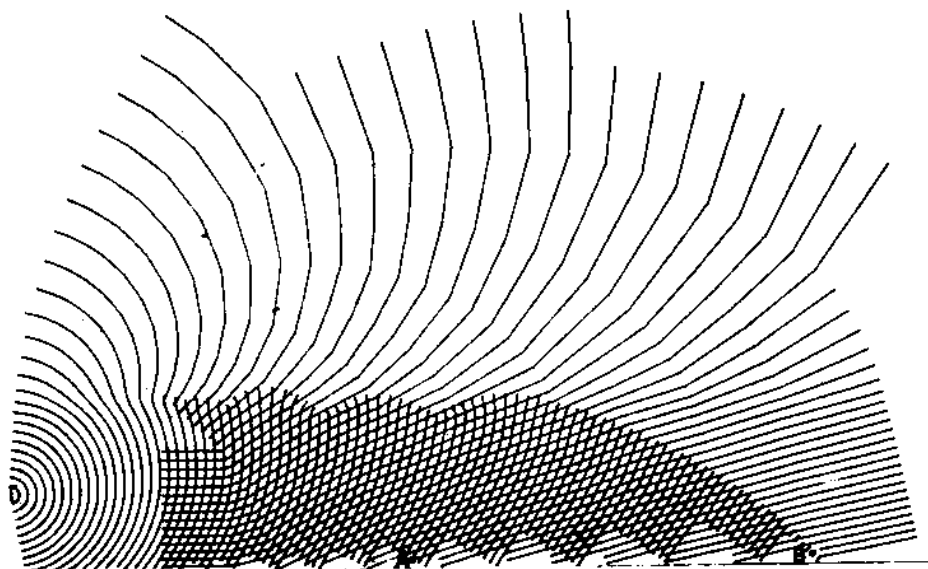


Рис. 4. Картина изохрон волн цунами от точечного источника в случае слабого наклона дна в зоне шельфа. Между точками А и В расположена область существования опережающих волн

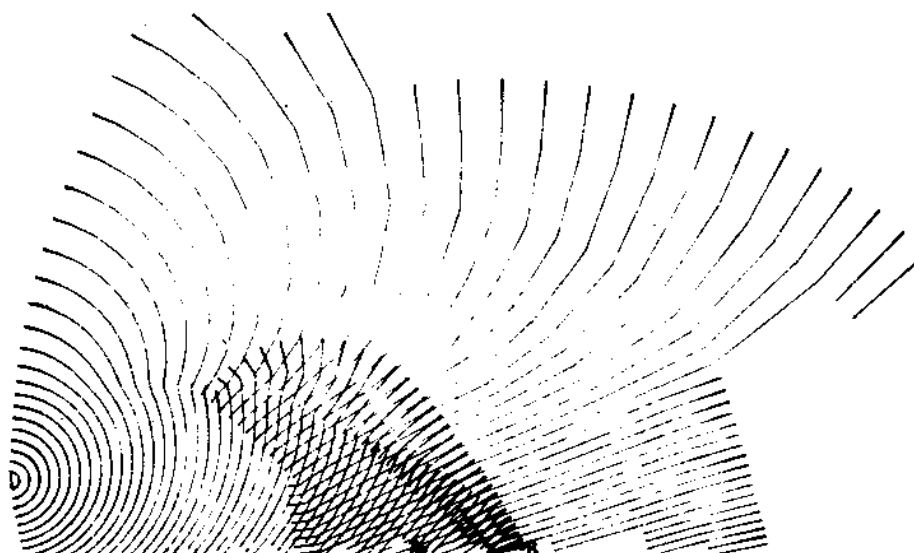


Рис. 5. Изохроны цунами при наличии наклонного шельфа, полученные путем численного решения уравнения эйконала

Вернемся теперь к аналитическому подходу к проблеме. Используя выражения (3)–(6), можно оценить отношение амплитуд "глубоководной" и "мелководной" волн. Будем находить расстояния, на которые разойдутся близкие в начальный момент волновые лучи. Пусть параметры задачи соответствуют численным результатам, приведенным на рис. 3. Рассмотрим "глубоководный" луч, который максимально удаляется на расстояние 180 км от края шельфа. Такой луч выйдет на берег на расстоянии 429 км от проекции источника M . Если рассмотреть близкий к нему луч, выходящий из источника цунами под углом $0,001$ рад к первому лучу, то окажется, что он выйдет на побережье на 9 км дальше от проекции точки M . С другой стороны, прямолинейные "мелководные" лучи, угол между которыми составляет $0,001$ рад, на таком расстоянии от источника разойдутся на расстояние всего $0,44$ км. Таким образом, в этом случае на расстоянии порядка 400 – 500 км опережающие волны будут примерно в 15 – 20 раз слабее волн цунами, двигавшихся над шельфом. Сделав аналогичную оценку для точек побережья, находящихся на расстоянии примерно 200 км, получим отношение амплитуд "мелководных" и "глубоководных" волн порядка десяти. Таким образом, амплитуда опережающих волн существенно слабее амплитуды "мелководных".

Сформулируем теперь основные выводы. Если источник цунами находится на шельфе, имеющем постоянную глубину или малые перепады глубин, тогда на некоторые участки побережья первой может приходить волна цунами, распространявшаяся по глубокому океану, и лишь затем более сильная волна, распространявшаяся над шельфом. В некоторых случаях время опережения может быть значительным, и опережающие волны могут служить предвестниками более сильной волны цунами. В некоторые точки побережья могут одновременно вступать "глубоководная" и "мелководная" волны, что может привести к локальному максимуму амплитуды цунами на берегу. В целом на практике опережающие волны могут возникать в тех регионах, где очаги цунамигенных землетрясений располагаются достаточно близко к побережью.

В заключение хотелось бы заметить, что аналитический метод построения лучей в этих модельных случаях служит в первую очередь для более наглядной иллюстрации механизма образования

"быстрых" волн цунами, движущихся над континентальным склоном, а также для сравнительной оценки амплитуд опережающих и "мелководных" волн цунами.

Л и т е р а т у р а

1. King D.R., Le Blond P.H. The lateral wave at the depth discontinuity in the ocean and its relevance to tsunami propagation.-J. of Fluid Mech., 1982, vol. 117, p.269-282.
2. Murty T.S., Loomis H.G. Diffracted long waves along continental shelf edges.- In: Proceedings 1983 Tsunami Symposium, Hamburg, FRG, August 1983, Seattle, USA , p. 211-227.
3. Марчук Ан.Г., Чубаров Л.Б., Шокин Ю.И. Численное моделирование волн цунами. - Новосибирск: Наука, 1983.
4. Пелиновский Е.Н. Нелинейная динамика волн цунами. - Горький: ИИФ АН СССР, 1982.